

УДК 517.1

<https://doi.org/10.36906/AP-2020/55>**МАТЕМАТИКА В STEM-ОБРАЗОВАНИИ,
ИНТЕГРАЦИЯ АЛГЕБРЫ И ГЕОМЕТРИИ****Мамедов Б.***Бакинский инженерный университет,
г. Баку, Азербайджан***Шахбазова В.***Бакинский инженерный университет,
г. Баку, Азербайджан*

Аннотация. Исследуется процесс выявления во время опроса того, что самым сложным для визуализации является предмет математика. Показана актуальность невербальных доказательств в преподавании математики в STEM-образовании, актуальной в XXI веке, а также важность визуализации в образовании. Рассмотрено влияние невербальных доказательств на учеников и учителей. Вывод — необходимо больше использовать методы невербальных доказательств в образовании, т.к. они улучшают интеллектуальное, математическое и логическое мышление учащихся, а также их способность анализировать и синтезировать. Это помогает ученикам найти более удобный способ решения любой задачи. Визуализация всегда имеет место в методе STEM-образования.

Ключевые слова: STEM, математика, невербальные доказательства.

При обучении математике и другим наукам, основная цель — не всегда заключается в том, чтобы ученик «вызубрил» ее, а в том, чтобы развить способность анализировать и синтезировать определенную проблему. Формы и методы обучения всегда были актуальны. Причина написания статьи заключается в том, что при опросе 150 учеников было еще раз подтверждено, что предметом, по которому у них бывают самые большие трудности, была математика. STEM-образование повышает постоянство знаний учащихся, развивая их способность использовать существующие знания для поиска решения проблемы, объяснения ее с другой стороны [1].

STEM: Концепция STEM была впервые представлена миру в 2001 г Джудитом Рахмалеем [2]. В 1996 г в США был предложен новый подход к образованию. Этот подход был назван STEM. Концепция STEM объединяет в себе четыре научных областей (дисциплины): наука (science), технология (technology), инженерное дело (engineering) и математика (mathematics). STEM не направлен на зубрежку учеников, он напрямую учит их. Основная цель STEM-образования — установить связь между наукой, технологией, инженерией и математикой, тем самым обеспечить целостный подход к обучению [3]. Обучение в STEM означает не зубрежка знаний по отдельности, а способность комбинировать, анализировать и синтезировать полученные по отдельности знания.

Основная цель STEM-образования — это помочь ученикам найти решения проблем, с которыми они сталкиваются в своей повседневной школьной жизни, сосредоточив внимание на областях науки, которые объединяет STEM [4]. Ученикам необходимо предоставить знания в области науки и техники, чтобы обучать их как будущих ученых и инженеров, которые будут вносить вклад в развитие страны и производить научно-технологические

инновации. Хотя STEM-образование исторически было принято в прошлом, оно практикуется во всем мире с 2007 г. [5]

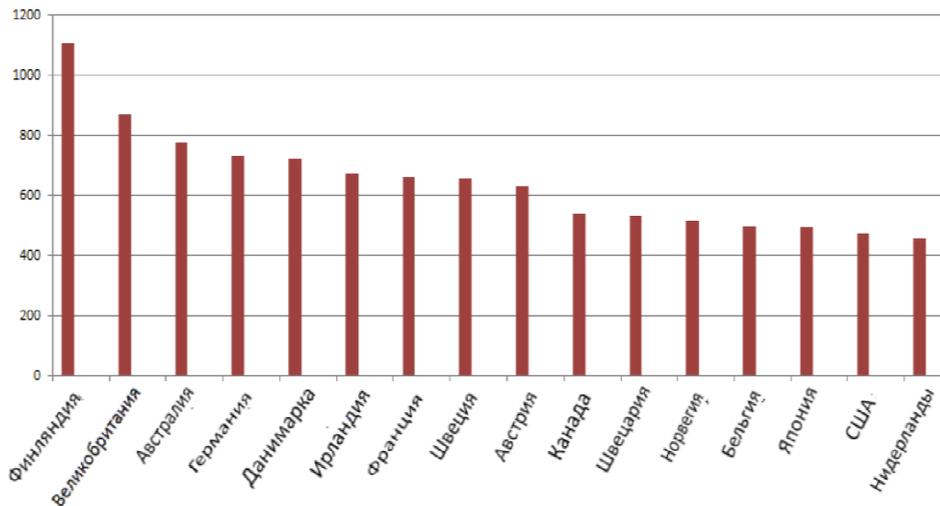


Рис. 1. Количество выпускников STEM на 100 000 чел в возрасте 20-39 лет в 2011 г

Согласно данным журнала «Азербайджанская школа» (2009), количество выпускников STEM в возрасте от 20 до 39 лет в 2011 г — больше в Финляндии. Статистика основана на количестве выпускников на каждые 100 000 человек. Зная, что Финляндия всегда отличается в хорошую сторону от других стран в образовании, мы можем сказать, что Финляндия считает, что STEM является хорошим методом, что подтверждается результатом, и эта информация побуждает другие страны использовать метод STEM в своем образовании. (<https://muallim.edu.az>).

STEM-образование в Азербайджане: Азербайджан также всегда в курсе инноваций в системе образования. STEM-образование освещено в статье «Стратегия развития образования: достижения и ключевые цели». Впервые пилотный проект был принят и реализован в 2019-2020 годах во многих школах Баку. Азербайджан направил 50 учителей в Израиль на месячные тренинги по изучению метода STEM (<https://muallim.edu.az/>).

Важность визуализации в учебной среде. Независимо от возраста людям всегда легче запоминать то, что они могут представить. Примером этого является то, что мы запоминаем сказки, которые слышим, быстрее и дольше, чем лекции, читаемые в университете. В опросе — школьникам было задано всего два вопроса:

Первый: какой предмет вы визуализируете сложнее?

И второй вопрос: в чем причина этого?

Самый сложный предмет для визуализации — математика, так как ее трудно представить. Если информация дана, основываясь на воображение, вероятность ее понятливости будет выше. Но правда в том, что мы не знаем, что воображает себе ученик перед нами.

Роль визуализации в математике всегда исследовалась, поднимая множество вопросов. Сегодня все еще существуют расхождения во мнениях о роли визуальных представлений в доказательствах, и исследования все еще продолжаются. Хотя визуальных презентаций мало, многие исследователи считают их полезными. Учителя доказывают темы, чтобы сделать их более понятными. Однако известно, что доказательства часто более трудны и непонятны для школьников. Хотя они сталкивались с доказательствами на протяжении всей своей школьной жизни, доказательство всегда было для них проблемой. Но нельзя отрицать роль доказательств в математике [6, 7].

Объяснение школьникам темы путем доказательства нельзя оценивать, как неправильный подход. Единственная ошибка здесь в том, что учителя сами не осведомлены о доказательствах. Доказательства, используемые в образовании, не являются визуальными, но невербальные доказательства являются визуальными. Также можно рассматривать невербальные доказательства как интеграцию алгебры и геометрии. Таким образом, можно сказать, что Миллер на основании представленных фактов заявил, что существует два типа доказательств.

Первый — использовать теоремы и аксиомы, чтобы показать правдивость выражения, а второй — форма, которая может использоваться только для того, чтобы убедить в истинности утверждения.

Основываясь на этой идее, наша цель — не просто показать школьнику, что утверждение истинно, но и объяснить почему оно на самом деле истинно, и суметь убедить школьника.

Hanna G., Sidoli N. описали доказательство как концепцию, которую можно использовать в любой форме, чтобы убедить школьника перед нами в верности утверждения [7].

Jones K. коснулся теоретической части визуальных доказательств и попросил школьников взглянуть на визуальные доказательства некоторых выражений, подготовить доказательства таким образом и далее проанализировал ответы школьников в рамках курса в Университете Пьемонте Ориетал.

В результате эксперимента школьники сочли эти доказательства трудными. Они не смогли прокомментировать, озвучить свою мысль только после визуальных презентаций, но после некоторых инструкций они поняли их.

Bell C. J. показал, что вместо использования для демонстрации ученикам только одного типа доказательства (вербального или невербального), лучше показывать, как вербальные, так и невербальные доказательства, так как они развивают способность учеников доказывать и улучшают их навыки математического мышления [13]. В общем, невербальные доказательства поначалу могут показаться трудными, но их можно решить после некоторого размышления. Это само по себе показывает, что когда невербальные доказательства используются школьниками неоднократно, они ускоряют процесс мышления, улучшают их математическое и логическое мышление и помогают им по-разному смотреть на решение проблем. Многие исследователи подчеркивают важность как доказательства, так и визуализации при изучении и преподавании математики [14].

История невербальных доказательств: невозможно дать точную информацию об истории невербальных доказательств, указав определенную дату. Известно, что понятие доказательства было введено в математику древними греками. Если мы посмотрим на известные даты, первое использование доказательства в основном относится к Милетли Фалесу, жившему в 600-х годах до н.э. В третьем веке Эвклид ввел концепцию доказательства, основанную на аксиомах геометрии. Все это важная информация при формировании концепции доказательства. Известная информация о доказательстве основана на аксиомах, известных сегодня каждому, и используется для доказательства истинности утверждения. Нет истории невербальных доказательств. Следовательно, их историю можно в какой-то мере оценить по невербальным доказательствам, данным математиками. Самым ярким примером этого являются невербальные доказательства теоремы Пифагора, которые проводились разными математиками по-разному. Невербальное доказательство теоремы Пифагора, разработанное Чжоу Би Суаном, выглядит следующим образом (рис. 1) [8].

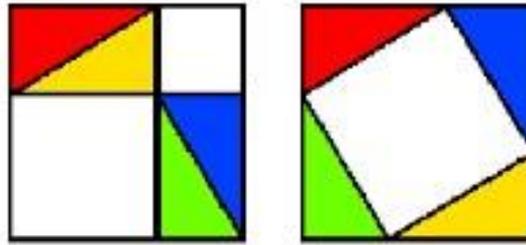


Рис. 1. Невербальное доказательство

Следующее невербальное доказательство теоремы Пифагора было подготовлено Г. Е. Дуденом (рис. 2).

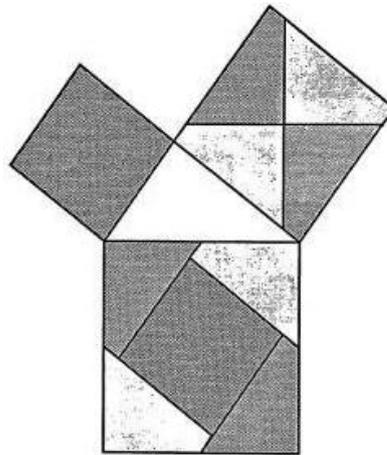


Рис. 2. Невербальное доказательство

Интеграция алгебры и геометрии: показаны примеры, которые можно использовать для математики в STEM-образовании. Здесь, на основе интеграции алгебры и геометрии, используя невербальные доказательства, мы доказали теоремы и формулы, используемые в обучении.

Прежде всего, давайте покажем, как вербальное, так и невербальное доказательство одной и той же формулы:

Рассмотрим формулу для суммы n последовательных чисел: $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$

Вербальное доказательство:

$$1. \text{ для } n=1, T_1 = \frac{1(1+1)}{2 \cdot 1} = 1$$

$$2. \text{ для } n=k, 1+2+3+\dots+k = \frac{k(k+1)}{2}$$

$$3. \text{ показывая правдивость для } n=k+1, \\ 1+2+3+\dots+k+k+1 = \frac{k(k+1)}{2} + \frac{k+1}{1} = \frac{(k+1)(k+1)}{2}$$

Ученик не поймет, почему формула верна в этом доказательстве. Это доказательство будет еще одной задачей, которую ему важно запомнить. Мы должны заставить наших учеников думать во время урока. И в конце урока мы должны показать решение, которое ответит на все вопросы учеников. Вербальное доказательство — не решение. Теперь давайте посмотрим на невербальное доказательство этой формулы. Невербальное доказательство:

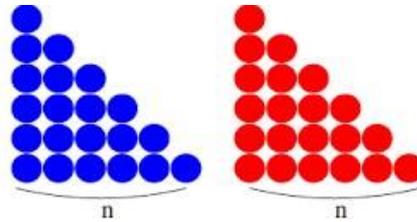


Рис. 3. Невербальное доказательство

Обозначим сумму синих точек через T_n . Таким же образом обозначим сумму красных точек через T_n . Поскольку количество точек одинаково, нет проблем с обозначением их в одной и той же форме. Если мы посмотрим на общую сумму точек на рисунке, мы увидим, что $T_n + T_n = 2T_n$.

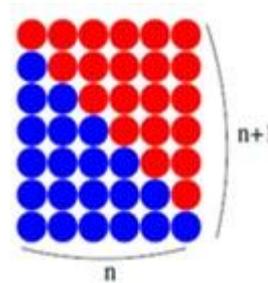


Рис. 4. Невербальное доказательство

Если мы посмотрим на изображение, полученное объединением синих и красных точек, мы увидим, что получается прямоугольник длиной $(n + 1)$ и шириной n . Учитывая, что формула площади прямоугольника $S = ab$, мы можем записать, что $2T_n = n(n + 1)$, из чего мы получаем формулу $T_n = \frac{n(n+1)}{2}$. Доказательство завершено.

Как видите, невербальные доказательства помогают ученику все объяснить максимально ясно. Здесь невербальное доказательство наглядно показывает ученику, почему формула верна.

Теперь посмотрим на невербальные доказательства различных теорем и формул.

1. Формула суммы нечетных чисел: n^2

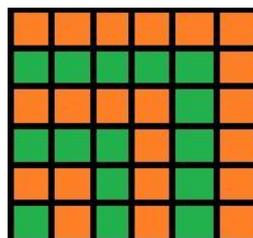


Рис. 5. Невербальное доказательство

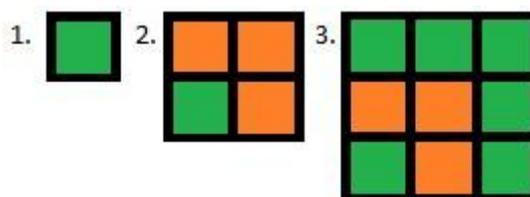


Рис. 6. Невербальное доказательство

Если мы обратим внимание на строки, выделенные разными цветами, то увидим, что числа увеличиваются в порядке 1, 3, 5, Каждое последующее нечетное число образует соответствующий квадрат. Поэтому общая формула последовательных нечетных чисел равна n^2 . Формула площади для квадрата также равна n^2 . Давайте посмотрим на вышеуказанные рисунки 5 и 6. Мы можем написать 1. $1=1^2$, 2. $1+3=2^2$, 3. $1+2+3=3^2$.

В результате исследований мы можем сказать, что невербальные доказательства не только доказывают нам правильность аксиом и формул, но и наглядно показывают нам их правильность и убеждают нас в этом. Так как все, что мы видим визуальное, легче понять и запомнить, благодаря невербальным доказательствам математика становится более понятной и запоминающейся.

Хотя на первый взгляд может показаться непонятным и трудным смотреть на невербальные доказательства, на самом деле это показывает нам, что нашим ученикам не хватает мыслительных способностей. Невербальные доказательства помогают улучшить умственное, математическое и логическое мышление учащихся, а также развить их способность анализировать и синтезировать. В образовании должно даваться место всем видам доказательств. Если мы примем во внимание, что одна из основных целей STEM-образования – дать ученикам возможность взглянуть на проблему по-разному, интегрировать ее с другими уроками и решить ее, мы увидим, что математика решает проблемы, возникающие в результате ее связи с искусством и геометрией.

Литература

1. Wang H. H. A new era of science education: science teachers' perceptions and classroom practices of science, technology, engineering and mathematics (STEM) integration. 2012. <https://hdl.handle.net/11299/120980>
2. White D. W. What is STEM education and why is it important // Florida Association of Teacher Educators Journal. 2014. V. 1. №14. P. 1-9.
3. Ostler E. 21st century STEM education: A tactical model for long-range success // International Journal of Applied Science and Technology. 2012. V. 2. №1. P. 28-33.
4. Smith J., Karr-Kidwell P. J. The Interdisciplinary Curriculum: A Literary Review and a Manual for Administrators and Teachers. 2000.
5. Thomasian J. Building a science, technology, engineering, and math education agenda: an update of state actions // NGA Center for Best Practices. 2011.
6. Pedersen S. A., Mancosu P., Jorgensen K. F. Visualization, explanation and reasoning styles in mathematics. Springer, 2005.
7. Hanna G., Sidoli N. Visualisation and proof: a brief survey of philosophical perspectives // ZDM. 2007. V. 39. №1-2. P. 73-78.
8. Jones K. The student experience of mathematical proof at university level // International journal of mathematical education in science and technology. 2000. V. 31. №1. P. 53-60. <https://doi.org/10.1080/002073900287381>
9. Miller R. L. On proofs without words // Whitman College, Washington. 2012.

10. Takemura K. Method of and system for image processing, method of and system for image reproduction and image confirmation system for use in the methods. 2003.
11. Dostal H. M., Robinson R. Doing mathematics with purpose: Mathematical text types // The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas. 2018. V. 91. №1. P. 21-28. <https://doi.org/10.1080/00098655.2017.1357409>
12. Petropoulou G. et al. Undergraduate mathematics teaching in first year lectures: can it be responsive to student learning needs? // International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education. 2020. V. 6. №3. P. 347-374. <https://doi.org/10.1007/s40753-020-00111-y>
13. Bell C. J. Proofs without words: A visual application of reasoning and proof // The Mathematics Teacher. 2011. V. 104. №9. P. 690-695. <https://doi.org/10.5951/MT.104.9.0690>
14. Ball D. L. et al. The teaching of proof //arXiv preprint math/0305021. 2003. <https://arxiv.org/abs/math/0305021v1>

©Мамедов Б., Шахбазова В., 2020